TESADÜFİ DEĞİŞKENİN DAĞILIMLARI

Dağılımlar, Tesadüfi değişken ile onun olasılık yoğun-
luk fonksiyonunun birlikte düşünülmesiyle oluşur,
Tesadüfi değişkenin tanım aralığındaki tavrı-
nı gösteren ifadelerdir. Tesadüfi değişkenin
kesikli veya sürekli olması durumuna göre
dağılışlar da kesikli veya sürekli olur.

A- KESİKLİ DAĞILIMLAR

Kesikli t.d. nin gösterdiği dağılımlardır.
Bu bölümde bazı kesikli dağılımlar incelene-
cektir.

1- Bernoulli Dağılımı:

Bir paranın atılması, bir zarın atılma-
sında belli bir yüzün gelmesiyle ilgilenilme-
si; bir oyunun kazanılması veya kaybedil-
mesi gibi iki sonuçlu denemeler Bernoulli
denemesi adını alır. Bernoulli denemesindeki
t.d. lere de Bernoulli t.d. si denir. Üzerin-
de durulan olayın gerçekleşmesi (başarı)
olasılığı p, gerçekleşmeme olasılığı (başarı-
sızlık) $q=1-p$ olur. Buna göre bir de-
neme için $p(x=1)=p$ ve $p(x=0)=q$ demek-
tir. Olasılık fonksiyonu,

$$p(x,p)=\begin{cases} p^x \cdot q^{1-x}, & x=0,1 \\ 0, & d.h. \end{cases}$$

Gösterim olarak $X \sim B(p)$ kullanılır.

Beklenen değer ve varyansı;

$$E(x) = \sum_{IR_x} x \cdot p(x) = \sum_{x=0}^{1} x \cdot p^x \cdot q^{1-x}$$

$$= 1 \cdot p \cdot q^0 = p$$

$$E(x^2) = \sum_{IR_x} x^2 \cdot p(x) = \sum_{x=0}^{1} x^2 \cdot p^x \cdot q^{1-x}$$

$$= 1^2 \cdot p \cdot q^0 = p$$

$$\Rightarrow V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 = p - p^2 = p \cdot (1-p) = p \cdot q$$

$$M_x(t) = E(e^{t \cdot x}) = \sum_{R_x} e^{tx} \cdot p^x \cdot q^{1-x} \quad , \quad x = 0,1$$

$$= q + e^t \cdot p$$

$$\Phi_x(t) = \sum_{IR_x} e^{itx} \cdot p^x \cdot q^{1-x} = q + e^{it} \cdot p$$

ÖRNEK: Bir kavanozda 5 mavi, 3 kırmızı bilye ~~bilye~~ bulunuyor. Bu kavanozdan tesadüfi olarak bilye çekme denemesinde X, t.d. olarak çekilen bilye kırmızı ise 0, mavi ise 1'dir. X'in beklenen değer, varyans ve karakteristik fonksiyonunu bulunuz?

Çözüm: $p = \frac{5}{8}$ çekilen bilyenin mavi olması.

$$q = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow E(x) = p = \frac{5}{8}$$

$$V(x) = p \cdot q = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{64}$$

$$\Phi_x(t) = E(e^{itx}) = \sum_{x=0}^{1} e^{itx} \cdot p^x \cdot q^{1-x}$$

$$= q + e^{it} \cdot p = \frac{3}{8} + e^{it} \cdot \frac{5}{8}$$ olur.

1. Bernoulli Dağılımı

Örnek: Bir sporcunun yaptığı müsabakada kazanma olasılığı 0,8 kaybetme olasılığı ise 0,2 olarak verilmiştir. Bu sporcu için

- Olasılık fonksiyonunu yazınız,
- Sporcunun beklenen (ortalama) kazanma olasılığı ve varyansını bulunuz.
- **Çözüm** a)

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}2 & x = 0 \\ 0{,}8 & x = 1 \\ 0 & diger \end{cases}$$

- b) $$E(X) = \overline{X} = p = 0{,}8$$

$$Var(X) = p(1-p) = 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}16$$